

**ANEP****UTU**DIRECCIÓN GENERAL  
DE EDUCACIÓN  
TÉCNICO PROFESIONALDIRECCIÓN TÉCNICA DE GESTIÓN ACADÉMICA  
DEPARTAMENTO DE DESARROLLO Y DISEÑO CURRICULAR

		PROGRAMA			
		Código	Descripción		
TIPO DE CURSO		052	Bachillerato Profesional		
PLAN		2008			
ORIENTACIÓN		57B	Movilidad Eléctrica		
MODALIDAD		Presencial			
AÑO		1	Único		
ÁREA DE ASIGNATURA		802	Matemática Nivel II		
ASIGNATURA		26551	Matemática		
DURACIÓN DEL CURSO		Horas totales: 96	Horas semanales: 3	Cantidad de semanas: 32	
Fecha de Presentación: 11/03/2022	Nº Resolución de la DGETP	Exp. Nº	Res. Nº	Acta Nº	Fecha __/__/____

## OBJETIVOS

Más allá de la adquisición de conceptos matemáticos específicos, la enseñanza de la matemática pretenderá facilitar que los egresados hayan comenzado los procesos que les permitirán:

- Entender la importancia de la matemática para el desarrollo de otras ciencias.
- Utilizar los conceptos y procedimientos matemáticos adquiridos en la resolución de problemas de la vida, de la especialidad tecnológica elegida y de otras especialidades o disciplinas.
- Utilizar creativamente los conceptos geométricos para realizar diseños artísticos.
- Desarrollar y poner en práctica su capacidad de análisis ante una situación problemática y razonar convenientemente, seleccionando los modelos y estrategias en función de la situación planteada.

## UNIDADES DE APRENDIZAJE

<b>ORIENTACIONES DE CARÁCTER GENERAL SOBRE:</b>	
<b>Metodología</b>	Utilizar diversos métodos de enseñanza y aprendizaje, no quedarse con una sola modalidad, no abusar de clases expositivas: solo usarla como instrumento para puestas en común, etapas de conceptualización colectiva, explicar conceptos que están confusos, pero jamás usar la exposición como “el” método. Motivar el trabajo en equipos, búsqueda de información: propiciar SIEMPRE que el alumno encuentre información referida al uso de los conceptos que está aprendiendo en situaciones concretas.
<b>Evaluación</b>	Diversificar instrumentos de evaluación: pruebas orales y escritas (de respuestas cerradas y abiertas). Coordinar con los docentes de Matemática del mismo centro y elaborar criterios de evaluación uniformizados. Llevar una rúbrica de evaluación para cada alumno, detallando cada objetivo a evaluar: actitudes (qué acciones realiza para aprender), valores (cómo se compromete con su aprendizaje y el de los demás), conocimientos (aprendizajes incorporados, saberes de conceptos), habilidades (qué sabe hacer con lo que está aprendiendo, cómo razona, como conecta diferentes conceptos).
<b>Recursos Didácticos y escenarios de aprendizaje</b>	Regularmente utilizar los recursos disponibles en la web y al alcance de los estudiantes para generar situaciones de aprendizaje. En el salón de clase podría recurrirse al uso del celular, tablets, laptops que permitan usar información disponible; textos, repartidos o fichas de clase preparados para estos fines. Usar la pizarra para puestas en común de

	<p>trabajos cooperativos o para orientar, mostrar con ejemplos, etc. Permitir al estudiante construir su aprendizaje, trabajando solo o en equipos, con el docente en el rol de guía de esos aprendizajes.</p> <p>El docente debería sensibilizarse con estrategias de enseñanza de la Matemática a través de la Resolución de Problemas y usarla adecuadamente, que no es traer problemas a clase y que los alumnos lo resuelvan, sin un criterio didáctico. Deben diseñar secuencias didácticas y usar estrategias, por ejemplo, como sugiere Josep Gascón: “campos de problemas”, o seleccionar problemas afines a los contenidos o a las competencias matemáticas que se pretenden desarrollar. Tener muy presente los pasos para resolver problemas (Polya o Guzmán) o Plantilla para la solución de problemas (disponible en la web: Mini-guía para el pensamiento crítico, de Richard Paul y Linda Elder, pág. 20)</p>
<p><b>UNIDAD 1</b></p>	<p><b>FIGURAS GEOMÉTRICAS EN EL PLANO</b></p>
<p><b>Aprendizajes</b></p>	<p>Utilizar adecuadamente los instrumentos geométricos en la construcción de figuras.</p> <p>Reconocer y clasificar un polígono según los criterios dados.</p> <p>Definir, construir y reconocer las propiedades de las líneas y puntos notables de un triángulo, (mediatrices, circuncentro, medianas, baricentro, alturas, ortocentro, bisectrices, incentro).</p> <p>Definir, construir y reconocer las propiedades de las líneas y puntos notables de un polígono regular (lado, vértice, centro, radio, apotema, diagonal, perímetro, semiperímetro, flecha o sagita).</p> <p>Resolver problemas de construcción de triángulos, registrar los pasos seguidos, e incluso fundamentar su construcción. Discutir el número de soluciones.</p> <p>Inscribir correctamente un triángulo en un círculo y viceversa.</p> <p>Conjeturar y demostrar la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo.</p> <p>Resolver problemas aplicados al cálculo de: perímetro, área, apotema, altura, lados, diagonales, ángulos, etc. en triángulos, cuadriláteros convexos y polígonos regulares, usando distintas unidades de medida.</p> <p>Reconocer las formas poligonales en los cuerpos geométricos en observaciones del entorno natural, arquitectónico, artístico y tecnológico.</p> <p>Lograr un correcto manejo en la lectura de escalas, como en su aplicación a la representación de figuras, evidenciando dominio del Sistema Métrico Decimal.</p> <p>Deducir una escala apropiada para representar una figura bajo un marco determinado.</p> <p>Calcular las medidas de distancias y ángulos reales de una figura dada a escala.</p> <p>Usar correctamente las propiedades de las potencias de diez para pasar de unas unidades a otras en el Sistema Métrico Decimal.</p> <p>Aplicar el teorema de Pitágoras al cálculo de perímetros y áreas de polígonos.</p> <p>Definir circunferencia y círculo, sus elementos y las posiciones relativas de una recta y una circunferencia.</p> <p>Conocer y aplicar la fórmula de la longitud de la circunferencia, y de cualquier arco de amplitud conocida, a la resolución de problemas.</p> <p>Conocer las fórmulas de las áreas del círculo y sus porciones (corona, sector, segmento, trapecio circular), y aplicarlas a la resolución de problemas manejando distintas unidades de longitud y de superficie.</p> <p>Reconocer simetrías axiales y centrales en las figuras estudiadas.</p> <p>Aplicar las propiedades de las simetrías en la construcción de figuras.</p> <p>Utilizar las figuras geométricas y las simetrías para realizar diseños creativos.</p>

<p align="center"><b>Contenidos</b></p>	<p>Triángulo. Clasificación. Rectas y puntos notables en el triángulo. Suma de ángulos. Desigualdad triangular. Teorema de Pitágoras. Concepto de lugar geométrico. Construcción. Cálculo de perímetros y áreas.</p> <p>Cuadriláteros. Clasificación. Propiedades de los cuadriláteros convexos. Cálculo de perímetros y áreas.</p> <p>Polígonos. Clasificación. Suma de ángulos de un polígono convexo. Polígonos regulares. Propiedades y simetrías. Perímetros y áreas.</p> <p>Circunferencia y círculo. Longitud de la circunferencia, número <math>\pi</math>. Área del círculo, sector, y segmento circular.</p> <p>Representación a escala de figuras de dimensiones dadas en el sistema métrico decimal. Aplicaciones a cálculos involucrados al área tecnológica correspondiente al curso. Simetrías axial y central, en las figuras estudiadas.</p>
<p><b>Orientación sobre tiempo estimado</b></p>	<p>Unas 10 semanas (incluyendo 2 semanas para la evaluación de aprendizajes, incorporada al proceso de aprender, por ejemplo con una rúbrica de evaluación, así como escritos, etc.)</p>
<p><b>Metodología</b></p>	<p>Motivar el aprendizaje de la geometría con un “concurso” de diseños donde los estudiantes pongan en juego su creatividad, utilizando adecuadamente los conceptos geométricos de esta unidad temática. Se calificarán con las mejores notas a aquellos trabajos que guarden la mayor relación con los conceptos geométricos aprendidos en este curso, con la correspondiente fundamentación teórica. En lo posible proponer trabajos en equipos.</p>
<p><b>Evaluación</b></p>	<p>Seguir las orientaciones de carácter general.</p>
<p><b>Recursos Didácticos y escenarios de aprendizaje</b></p>	<p>Seguir las orientaciones de carácter general.</p>
<p align="center"><b>UNIDAD 2</b></p>	<p align="center"><b>OPERACIONES EN LOS CONJUNTOS NUMÉRICOS</b></p>
<p><b>Aprendizajes</b></p>	<p>Representar en un diagrama de Venn los conjuntos N, Z, Q y R, mostrando con ejemplos que la inclusión es estricta.</p> <p>Dado un número, identificar en cual o cuales conjuntos está incluido.</p> <p>Realizar las operaciones básicas pensando, razonando, sin estar pendiente de calculadora, utilizando estrategias de cálculo pensado (evitando mecanicismos) y sin necesidad de aplicar los algoritmos usuales.</p> <p>Reconocer los distintos tipos de conjuntos numéricos y saber operar con ellos, identificando las propiedades básicas de cálculo: asociativa, conmutativa, distributiva, existencia de opuesto e inverso.</p> <p>Representar en un eje orientado los números reales.</p> <p>Reconocer los números racionales y aplicarlos en situaciones de la realidad: qué escala se necesita para representar en un papel (fotografía o dibujo), proporciones, regla de tres simple, etc.</p> <p>Reconocer los números irracionales y cálculos en los que se utilizan, por ejemplo: la diagonal de un rectángulo usando teorema de Pitágoras, la longitud de una circunferencia a partir del diámetro o el radio, proporción áurea en la naturaleza.</p> <p>Conocer las operaciones con números reales y sus propiedades</p> <p>Aplicar las propiedades de las distintas operaciones para la resolución de ecuaciones sencillas que las involucren.</p> <p>Usar la propiedad hankeliana para resolver ecuaciones de grado mayor a 1, del tipo: <math>(ax+b)(cx+d) = 0</math>, con dos o más factores de primer grado.</p> <p>Conocer las factorizaciones:</p> <p align="center">1) <math>ax^2 + bx = 0 \Rightarrow (ax + b)x = 0</math></p>

	<p>2) <math>ax^2 + c = 0</math>, con <math>a</math> y <math>c</math> de distintos signos <math>\Rightarrow a[x - \sqrt{(-c/a)}][x + \sqrt{(-c/a)}] = 0</math></p> <p>Usar las propiedades para resolver ecuaciones de 2do grado incompletas, previa factorización.</p>
<b>Contenidos</b>	<p>Descripción de los conjuntos de números: N, Z, Q y R. Representación en un eje orientado.</p> <p>Concepto de número racional. Ejemplificar con números fraccionarios utilizados en Escalas, Proporciones, Thales.</p> <p>Concepto de número irracional. Ejemplificar con cálculos reales: Pitágoras, número <math>\pi</math>, número <math>\phi</math> (proporción áurea).</p> <p>Operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división, describiendo en qué conjuntos son válidas o bajo qué supuestos se pueden realizar.</p> <p>Propiedades de las operaciones: Asociativa, conmutativa, distributiva, existencia de neutro, opuesto e inverso. Absorción y Hankeliana. Y sus aplicaciones para realizar cálculos pensados, mentales y estimaciones.</p> <p>Resolución de ecuaciones de 1er y 2do grado, describiendo el uso de las propiedades en su resolución.</p>
<b>Orientación sobre tiempo estimado</b>	<p>Unas 10 semanas (incluyendo 2 semanas para la evaluación de aprendizajes, incorporada al proceso de aprender, por ejemplo con una rúbrica de evaluación, así como escritos, etc.)</p>
<b>Metodología</b>	<p>Describir los conjuntos de números: N, Z, Q y R. Representarlos en diagramas de Venn y en un eje orientado. Se sugiere introducir el conjunto Q en situaciones que tengan afinidad con la realidad del estudiante, en especial buscando aquellas que guarden afinidad con la serigrafía: razones, proporciones, porcentajes, escalas que observamos en los diseños.</p> <p>Introducir el número irracional con ejemplos concretos: calcular distancias usando Pitágoras, número <math>\pi</math>, número <math>\phi</math> (proporción áurea), número <math>e</math>, etc. Buscar ejemplos en el arte, fotografía, naturaleza, etc. En ambos casos (número racional y/o irracional) proponer ejercicios y problemas que los involucren.</p> <p>Axiomatizar las operaciones suma y multiplicación y sus propiedades (axioma de cuerpo en R) y a partir de él introducir la sustracción y división. Realizar operaciones usando las propiedades y sus consecuencias. Cálculo pensado, evitando en lo posible el uso de la calculadora: utilizar estrategias de redondeo y otras, que impliquen conocer las propiedades para hacer las operaciones, evitando el mecanicismo para operar.</p> <p>Resolver ecuaciones de 1er y de 2do grado, explicitando las operaciones y las propiedades de cuerpo (asociativas, conmutativas, distributiva, neutros, opuesto, inverso) y sus consecuencias (cancelativas, absorción y hankeliana) utilizadas en su resolución.</p>
<b>Evaluación</b>	<p>Seguir las orientaciones de carácter general.</p>
<b>Recursos Didácticos y escenarios de aprendizaje</b>	<p>Utilizar todos los recursos que tengamos disponibles: a modo de ejemplo hay experiencias dónde el número <math>\pi</math> se ha introducido midiendo el diámetro D y contorno C, de troncos de árbol, calculando la relación C/D, tomando el promedio de varias mediciones. La proporción áurea también se puede introducir de la misma manera usando elementos de la naturaleza y del cuerpo humano, que la verifiquen. Los conceptos luego se deben formalizar correctamente: hacerle ver al estudiante que los valores exactos (números irracionales) jamás se podrán obtener haciendo mediciones (números decimales), que además son meras aproximaciones debido a los errores de medición.</p>
<b>UNIDAD 3</b>	<b>FUNCIONES POLINÓMICAS DE GRADO <math>\leq 3</math></b>

<p><b>Aprendizajes</b></p>	<p>Definir función. Reconocer si una función es sobreyectiva, inyectiva o biyectiva.  Conocer y aplicar las diferentes maneras de representar las funciones.  Tener nociones básicas que permitan reconocer si una función es invertible o no.</p> <p>Definir función lineal como <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = ax+b</math>  Conocer los conceptos de pendiente y ordenada en el origen.  Estudiar raíz y signos de la función lineal.  Representar gráficamente la función lineal.  Interpretar el gráfico de una función lineal, extraer datos de la situación que representa y hallar su expresión analítica.  Determinar la inversa de una función lineal.  Graficar la función inversa y comparar con el gráfico de <math>f</math>.</p> <p>Definir función cuadrática como <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = ax^2+bx + c</math>  Determinar raíces y estudiar el signo de la función cuadrática.  Representar gráficamente la función cuadrática, hallar los puntos de corte con los ejes y el vértice.  Hallar la expresión analítica de la función cuadrática a partir de su gráfico.  Limitar el dominio de la función cuadrática a un intervalo donde es creciente (o decreciente) y hallar su inversa.  Graficar la función inversa y comparar con el gráfico de <math>f</math>.</p> <p>Definir función polinómica de 3er grado <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = ax^3+bx^2 + cx + d</math>  Determinar raíces y estudiar el signo de funciones polinómicas de 3er grado.  Estudiar la variación y extremos relativos de la función polinómica de 3er grado a partir del signo de su “función derivada” <math>f' / f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c</math>  Representar gráficamente las funciones polinómicas de 3er grado: hallar los puntos de corte con los ejes, variación, máximos y mínimos.</p>
<p><b>Contenidos</b></p>	<p>Función: definición, dominio, codominio, recorrido.  Tipos de funciones: inyectividad, sobreyectividad y biyectividad.  Representación de funciones: diagramas de Venn y gráficos.  Nociones generales de función inversa.  Función lineal.  Función cuadrática.  Función polinómica de tercer grado.  División de polinomios y teorema de Descartes. Raíces evidentes y raíces enteras.  Método de Ruffini.  Nociones sobre los teoremas de Bolzano y Weierstrass. Aplicación a funciones polinómicas de 3er grado.</p>
<p><b>Orientación sobre tiempo estimado</b></p>	<p>Unas 12 semanas (incluyendo entre 2 y 3 semanas para la evaluación de aprendizajes, incorporada al proceso de aprender, por ejemplo con una rúbrica de evaluación, así como escritos, etc.)</p>
<p><b>Metodología</b></p>	<p>Esta unidad puede ser tratada, al inicio, en la forma tradicional, explicando los conceptos (etapa de conceptualización). Pero luego es necesario buscar ejemplos concretos de utilización de estas funciones relacionadas a distintas áreas de conocimiento que vinculen dos variables en forma lineal, cuadrática, o polinómica de grado 3, por ejemplo: 1) Volumen de un cubo de lado <math>x</math> (función cúbica), 2) Volumen de una caja hecha con una cartulina rectangular al recortar en cada esquina un cuadrado de lado <math>x</math> (función polinómica de 3er grado). Buscar o crear diversos ejemplos, pero con particular énfasis con aquellos que tengan mayor relación con la serigrafía. Luego de</p>

	dar algunos ejemplos, proponer en tareas de equipos de estudiantes, que busquen o construyan otros ejemplos, en esta etapa el docente debe cumplir un rol de orientador o guía. Finalmente trabajar con un repartido de ejercicios y problemas con los tres tipos de funciones y las respectivas inversas cuando sea posible. En todos los casos proponer ejercicios de extremos relativos y absolutos en intervalos cerrados, abiertos, acotados o no, mencionando el teorema de Weierstrass. Para hallar raíces de la polinómicas de tercer grado, mencionar el teorema de Bolzano. Buscar ejemplos que tengan al menos una raíz evidente o raíz entera y el método de división de Ruffini, mencionando el teorema de Descartes.
<b>Evaluación</b>	Seguir las orientaciones de carácter general.
<b>Recursos Didácticos y escenarios de aprendizaje</b>	Esta unidad pretende ser una primera aproximación al estudio de funciones: se buscarán situaciones, ejemplos, ejercicios y problemas donde se haga alguna mención a los conceptos de “continuidad” y “derivada”, sin entrar en las definiciones formales pero sí conceptualizando y destacando las diferencias entre función continua y discontinua; así como la relación entre “derivable y continua”; y después de conceptualizar sobre “pendiente” en la función lineal, utilizarlo para definir “pendiente” de la tangente en una función cuadrática o cúbica y vincularlo con su derivada. El tiempo disponible no da para ir mucho más lejos, pero tratándose de un curso terminal es bueno que por lo menos haya una primera aproximación al tema.

## BIBLIOGRAFÍA PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE

A tener en cuenta que hoy en día para abordar un conocimiento inicial y profundizar sobre cualquier temática podemos recurrir a la amplísima información que hay disponible en la web. De todas formas si recurrimos a este medio siempre hay que estar atentos para orientar a los alumnos y no dejarlos solo en la búsqueda, ya que la información es muy variada.

De la amplísima bibliografía disponible solo hacemos mención de algunos títulos, pero dejamos a que el docente libremente pueda seleccionar aquellos textos que estén a su alcance. Si bien los textos seleccionados contienen los temas de este curso, no hemos encontrado una bibliografía que se ajuste fidedignamente a un curso que pretende ser aplicado a la especialidad elegida por los estudiantes, por eso es muy importante recurrir a los recursos disponibles en línea. Por ejemplo, para Geometría y para Funciones es amplísima la gama de recursos disponibles en la web de GeoGebra.

Apellido, Nombre	Año	Título del libro	Ciudad, País	Editorial
Fernández Val, Walter	2015	<i>Geometría Métrica</i>	Montevideo, Uruguay	Ediciones del Palacio
Peláez, Fernando	2014	<i>Cálculo</i>	Montevideo, Uruguay	Fac. de Ciencias Económicas
Apostol, Tom	2018	<i>Cálculus I</i>	Barcelona, España	Reverté S.A.
Stelio Haniotis, Julio Silvera, Edith Gallo	1998	<i>Mikrakys</i>	Montevideo, Uruguay	Fin de Siglo