

**ANEP****UTU**DIRECCIÓN GENERAL  
DE EDUCACIÓN  
TÉCNICO PROFESIONALDIRECCIÓN TÉCNICA GESTIÓN ACADÉMICA  
DEPARTAMENTO DE DESARROLLO Y DISEÑO CURRICULAR

		PROGRAMA			
		Código en SIPE	Descripción en SIPE		
TIPO DE CURSO		049	EDUCACIÓN MEDIA TECNOLÓGICA		
PLAN		2004			
ORIENTACIÓN		48L	Informática Bilingüe énfasis Desarrollo Web		
MODALIDAD		Presencial			
AÑO		2°	Segundo		
ÁREA DE ASIGNATURA		802	Matemática Nivel II		
ASIGNATURA		2622	Matemática		
ESPACIO o COMPONENTE CURRICULAR		General			
DURACIÓN DEL CURSO		Horas totales: 96	Horas semanales: 3	Cantidad de semanas: 32	
Fecha de Presentación: 02/06/2022	N° Resolución de la DGETP	Exp. N°	Res. N°	Acta N°	Fecha __/__/____

## Fundamentación:

Las nuevas tecnologías han modificado notablemente el aspecto económico, social, cultural y tecnológico, alterando el panorama actual y de futuro de la vida activa, con relación al campo laboral. Se generan entonces nuevas necesidades de aprendizajes para todo tipo de personas en todo tipo de lugares, al tiempo que quedan de lado capacidades, conocimientos y profesiones.

La riqueza de estos cursos de Enseñanza Media Superior está justamente en su condición de tecnológicos y es en ese contexto que la enseñanza de la Matemática ha de encontrar su camino. El conocimiento matemático es aquí una exigencia y al mismo tiempo el medio en el cual el profesor encuentra el terreno apropiado para el imprescindible desarrollo del pensamiento lógico – matemático del alumno.

En primer año se buscó consolidar conocimientos desde el punto de vista conceptual, procedimental y actitudinal en el alumno.

En el segundo año se propone una ruptura intencional del equilibrio alcanzado. Se busca la incorporación de nuevos conocimientos, desde la práctica y la resolución de situaciones problema; a la elaboración de conceptos, con mucho aporte de parte del docente y mucha elaboración de parte del alumno. Se apuesta a un enfoque dinámico, a que el alumno se comprometa con el “quehacer matemático” desde su aplicación a las asignaturas tecnológicas del curso.

La ruptura del equilibrio que se propone no va a producir el mismo efecto, ni tendrá el mismo poder desestabilizador en todos los alumnos, si tenemos en cuenta la heterogeneidad del posible alumnado y el efecto que esto produce en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Así, los contenidos de los programas de segundo año fueron seleccionados y jerarquizados atendiendo a su vinculación con las áreas tecnológicas de cada orientación, atendiendo a su potencial formativo, a su aplicación práctica y a los requerimientos que desde las distintas asignaturas se formulan habitualmente a los profesores de Matemática.

El tercer año será el tiempo oportuno para formalizar estos nuevos conocimientos alcanzando un equilibrio de mayor estabilidad.

En cuanto a las competencias específicas a desarrollar por los alumnos, éstas brindan a su vez un encuadre de trabajo para el docente y una idea de la profundidad con que tratará los temas.

## Objetivos:

La educación matemática que se espera que todo egresado de la Enseñanza Media Superior haya adquirido, le posibilitará:

- Entender la importancia de la matemática para el desarrollo de otras ciencias.
- Utilizar los conceptos y procedimientos matemáticos adquiridos en la resolución de problemas de la vida, de la especialidad tecnológica elegida y de otras especialidades o disciplinas.
- Desarrollar y poner en práctica su capacidad de análisis ante una situación problemática y razonar convenientemente, seleccionando los modelos y estrategias en función de la situación planteada.
- Comprender el carácter formal de la ciencia matemática que la distingue de las ciencias fácticas.
- Comprender y utilizar el vocabulario y la notación del lenguaje matemático.
- Elaborar definiciones, deducir, demostrar e interpretar algunos teoremas.
- Desarrollar capacidad crítica que le permita juzgar la validez de razonamientos y resultados.
- Comprender la importancia del lenguaje matemático como medio de comunicación universal.
- Reconocer la dedicación y el trabajo disciplinado como necesario para un quehacer matemático productivo.
- Valorar la precisión y claridad del lenguaje matemático como organizador del pensamiento humano.
- Utilizar recursos informáticos en la actividad matemática a los efectos de profundizar o afianzar la comprensión de la misma.

## UNIDAD 1:            Programación lineal.

### Contenidos:

- ✓ Cotas, extremos, máximos y mínimos de conjuntos de números reales. Intervalos.
- ✓ Determinación de regiones en  $R^2$  limitadas por un conjunto de restricciones estructurales y de no negatividad.
- ✓ Curvas de nivel de una función de dos variables.
- ✓ Resolución de problemas de máximos y mínimos extraídos de un contexto real.

### Competencias específicas:

- Identificar y determinar cotas, extremos, máximo y mínimo de un conjunto de números reales.
- Definir intervalos abiertos, cerrados, acotados y no acotados.
- Representar gráficamente regiones en  $\mathbb{R}^2$  definidas por un conjunto de condiciones del tipo:  $ax + by + c \leq 0$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ .
- Determinar curvas de nivel de una función lineal de dos variables.
- Determinar la existencia de máximo y/o mínimo de una función lineal de dos variables.
- Hallar máximo y mínimo de una función lineal de dos variables utilizando curvas de nivel.
- Interpretar un enunciado y resolver problemas de programación lineal.

### UNIDAD 2:            Polinomios.

#### Contenidos:

- ✓ Operaciones con funciones polinómicas: suma, multiplicación, división.
- ✓ División por  $(x-a)$ . Esquema de Ruffini.
- ✓ Ley del resto.
- ✓ Raíz de un polinomio. Teorema de Descartes.
- ✓ Descomposición factorial. Número de raíces de un polinomio.
- ✓ Estudio del signo de funciones polinómicas.

### Competencias específicas:

- Sumar y multiplicar polinomios.
- Conocer la definición de división de polinomios.
- Dividir polinomios.
- Dividir un polinomio por  $(x - a)$  y  $(ax + b)$  utilizando la regla de Ruffini.
- Demostrar: la ley del resto, el teorema de Descartes.
- Conocer el teorema de la descomposición factorial y saber aplicarlo a situaciones concretas.
- Conocer las reglas de raíces evidentes.
- Utilizar la regla de Ruffini en polinomios de grado "n" con n-2 raíces evidentes para escribir su descomposición factorial.
- Estudiar el signo de una función polinómica.

### UNIDAD 3:            Nociones de límite, continuidad y derivada.

#### Contenidos:

- ✓ Noción de límite finito en un punto de abscisa  $x=a$  para funciones polinómicas de grado menor o igual que 2 y funciones definidas a intervalos. Límites laterales. Representación gráfica.
- ✓ Límite de una suma y de un producto de funciones.
- ✓ Noción de continuidad de una función en un punto y en un intervalo utilizando funciones definidas a intervalos.
- ✓ Incrementos. Cociente incremental. Cálculo. Significado del cociente incremental. Interpretación geométrica. Vínculo con el gráfico de la función.
- ✓ Derivada en un punto. Aplicar la definición a funciones polinómicas de grado menor o igual que 2.
- ✓ Tangente a una curva en un punto desde el punto de vista geométrico. Relación con la derivada en un punto.
- ✓ Noción de función derivada. Deducción de las funciones derivadas de las funciones polinómicas de grado menor o igual que 2.
- ✓ Tabla de derivadas de funciones:  $f(x) = k$ ,  $f(x) = x$ ,  $f(x) = kx$ ,  
 $f(x) = a^x$ ,  $a \in \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) = a \cdot e^{mx+n}$ ,  $f(x) = \log_a x$ ,  $a \in \mathbb{R}^+$  y  $a \neq 1$ ,  
 $f(x) = \text{sen}(ax + b)$ ,  $f(x) = \text{cos}(ax + b)$ .
- ✓ Derivada de una suma, un producto y un cociente de funciones.
- ✓ Crecimiento, decrecimiento. Extremos relativos. Extremos absolutos en un intervalo cerrado.
- ✓ Relación entre la variación de una función y el signo de la función derivada.
- ✓ Resolución de problemas de optimización que involucren funciones polinómicas de grado menor o igual que 3.

#### Competencias específicas:

- Obtener el límite de una función por aproximación de valores funcionales.
- Calcular el límite de una función aplicando las propiedades de la suma y/o producto de funciones.
- Identificar la existencia del límite de una función en un punto de su dominio y calcularlo.
- Determinar el límite de una función dada por su gráfica.
- Reconocer la continuidad de una función en un punto o en un intervalo a partir de su gráfica.
- Reconocer la diferencia entre la existencia y la continuidad de una función en un punto de su dominio.
- Calcular límites laterales y determinar la existencia del límite de una función en un punto y su continuidad.

- ☑ Comprender los conceptos de: incremento y cociente incremental de una función.
- ☑ Reconocer la variación del cociente incremental de una función al variar el incremento de la variable.
- ☑ Calcular el cociente incremental en un punto.
- ☑ Conocer la definición de derivada en un punto.
- ☑ Deducir la derivada de las funciones polinómicas .
- ☑ Integrar el concepto geométrico de recta tangente a una curva en uno de sus puntos.
- ☑ Interpretar geoméricamente la derivada de una función en un punto.
- ☑ Bosquejar curvas que no sean derivables en un punto.
- ☑ Reconocer la derivada en un punto como indicador de la rapidez de variación de la función en ese punto.
- ☑ Comprender el concepto de función derivada.
- ☑ Aplicar las fórmulas de derivación a la derivada de una función.
- ☑ Inferir la variación de una función polinómica definida a intervalos, a partir de la fórmula de la función y de su función derivada.
- ☑ Construir la gráfica de una función a partir de condiciones dadas: límite en un punto, discontinuidades, variación, etc.
- ☑ Deducir del gráfico de una función la variación de la función derivada, utilizando el coeficiente angular de las rectas tangentes.
- ☑ Resolver problemas de optimización en que intervengan a lo sumo funciones polinómicas de tercer grado incluidas en situaciones vinculadas a la economía, la geometría o alguna área técnica.

UNIDAD 4:            Introducción al estudio de funciones.

Contenidos:

- ✓ Dada la función polinómica, estudiar:  
Definición, dominio, ceros y signo. Cálculo de límite para tendencia finita e infinita. Cálculo de la función derivada. Variación. Representación gráfica. Problemas de optimización que involucren la función estudiada.
- ✓ Dada la función racional  $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$  , estudiar:

Definición, dominio, ceros y signo.

Concepto de límite infinito en un punto. Asíntota vertical.

Concepto de límite finito e infinito para tendencia infinita. Asíntota horizontal.

Cálculo de límite para tendencia finita e infinita. Cálculo de la función derivada.

Variación. Representación gráfica. Problemas de optimización que involucren la función estudiada

- ✓ .Cálculo de límite para tendencia finita e infinita en funciones de la forma:

$$f(x) = a^{kx}, \quad a \in \mathbb{R}^+, \quad k \in \mathbb{R}.$$

- ✓ Introducción del número “e” mediante la aproximación de valores funcionales de

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x.$$

- ✓ Dada la función exponencial  $f(x) = a \cdot e^{mx+n}$ ,  $\{a, m, n\} \subset \mathbb{R}$ , estudiar:  
Definición, dominio, ceros y signo. Cálculo de límite para tendencia finita e infinita. Cálculo de la función derivada. Variación. Representación gráfica. Problemas de optimización que involucren la función estudiada.
- ✓ Dada la función logarítmica  $f(x) = L(mx + n)$ ,  $\{m, n\} \subset \mathbb{R}$ , estudiar:  
Definición, dominio, ceros y signo. Cálculo de límite para tendencia finita e infinita. Cálculo de la función derivada. Variación. Representación gráfica. Problemas de optimización que involucren la función estudiada.
- ✓ Dadas las funciones trigonométricas  $f(x) = \text{sen } x$ ,  $g(x) = \text{cos } x$ , estudiar:  
Representación gráfica, ceros y signos.  
Líneas trigonométricas para ángulos notables. Elaboración de tablas.  
Relaciones fundamentales. Fórmulas de  $f(x+y)$  y  $g(x+y)$ .  
Función derivada de las funciones  $f(x) = \text{sen } x$ ,  $g(x) = \text{cos } x$ .
- ✓ Funciones trigonométricas inversas:  $f(x) = \text{Arcsen } x$  y  $g(x) = \text{Arccos } x$ .
- ✓ Cálculo de preimágenes en las funciones  $f$  y  $g$  anteriores.
- ✓ Ecuaciones trigonométricas sencillas.
- ✓ Problemas de optimización aplicados a funciones circulares.

Competencias específicas:

- Obtener el límite de una función por aproximación de valores funcionales.
- Calcular el límite de una función aplicando las propiedades de la suma, producto y/o división de funciones.
- Determinar las asíntotas horizontales o verticales de las funciones cocientes de funciones polinómicas de primer grado.
- Inferir la variación de una función a partir de la fórmula de la función y de su función derivada.
- Calcular los coeficientes  $a$ ,  $m$  y  $n$  de la función: los  $f(x) = a \cdot e^{mx+n}$  dados datos necesarios.
- Calcular la preimágen de un número real en la función  $f(x) = a \cdot e^{mx+n}$ .
- Calcular  $\text{sen}(2x)$ ,  $\text{cos}(2x)$ ,  $\text{sen}(x-y)$ ,  $\text{cos}(x-y)$ ,  $\text{sen}(-x)$ ,  $\text{cos}(-x)$  a partir de  $\text{sen}(x+y)$  y  $\text{cos}(x+y)$ .
- Resolver ecuaciones trigonométricas sencillas.

- ☑ Representar gráficamente las funciones seno y coseno utilizando la función derivada para estudiar su variación.
- ☑ Resolver problemas de optimización que involucren las funciones estudiadas.

## UNIDAD 5:            Técnicas de conteo.

### Contenidos:

- ✓ Reglas de la suma y el producto. Diagramas de árbol.
- ✓ Arreglos, permutaciones, combinaciones: definiciones y fórmulas de cálculo.
- ✓ Aplicaciones a problemas de conteo.

### Competencias específicas:

- ☑ Utilizar el diagrama de árbol en la resolución de problemas de conteo sencillos.
- ☑ Conocer los conceptos de: arreglo, permutación y combinación.
- ☑ Simplificar expresiones racionales que contengan factoriales.
- ☑ Calcular números combinatorios.
- ☑ Resolver problemas de conteo utilizando números combinatorios.

### Metodología:

La combinación entre métodos de enseñanza se justifica pues:

- Distintos tipos de contenidos y competencias necesitan formas de enseñanza diferentes.
- La diversidad de cada grupo de alumnos y el momento que ese grupo está vivenciando, implica distintas formas de enfocar los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Las características particulares de cada docente y su forma de interactuar con el grupo, condiciona la elección de los métodos de enseñanza.

En cuanto a la metodología a seleccionar esta debe tender a facilitar el trabajo autónomo de los alumnos, potenciando las técnicas de indagación e investigación, así como las aplicaciones y transferencias de lo aprendido a la vida real.

A la hora de seleccionar la metodología a utilizar, habrá que tener en cuenta:

- El nivel de desarrollo de los alumnos.
- Priorizar la comprensión de los contenidos sobre su aprendizaje mecánico.

- Posibilitar el auto aprendizaje significativo.
- Considerar los conocimientos previos de los alumnos antes de la presentación de nuevos contenidos.
- Favorecer el desarrollo de la actividad mental de los alumnos mediante actividades que impliquen desafíos.

En todo momento se debe animar al alumno a que aprenda a ejercer la libertad de elección, que él mismo no se imponga restricciones, que deje de considerarse un sujeto pasivo (que concurre a clase a recibir conocimiento) y comprenda que es parte activa del proceso de enseñanza y aprendizaje: los alumnos deben “hacer matemática”.

### Líneas metodológicas:

Se entiende apropiado poner acento en la resolución de problemas que fomenten la creatividad, la exploración, la indagación, que permitan a los estudiantes la formulación de conjeturas y la comunicación adecuada.

Se buscará que el alumno mencione y describa situaciones reales donde encuentran aplicación los temas que se han desarrollado, su importancia en ellos y especialmente en problemas relacionados con la tecnología. Esta instancia del aprendizaje se considera relevante como medio para la creación de un espacio de trabajo colectivo, de equipo, a la vez que se considera importante como elemento motivador.

Que la importancia de la matemática surja naturalmente a partir de la apreciación de la naturaleza, la economía, el mundo del arte, la construcción, la mecánica, la electrotecnia, etc.

El uso de software adecuado ayuda a crear un ambiente propicio para la investigación de propiedades y relaciones. Los alumnos podrán formular conjeturas e investigar su validez y de entenderlas veraces intentar una posible justificación.

### **Evaluación:**

La evaluación educativa es el procedimiento por el cual se obtiene información, que analizada críticamente, permitirá emitir un juicio valorativo a los efectos de lograr una toma de decisiones, que tiene por objeto el mejoramiento de los sujetos y de las acciones partícipes del acto educativo.

Las dificultades al evaluar se resumen en las dimensiones del proceso, que ha de evaluarse:

- El aprendizaje del alumno.
- El diseño de la unidad didáctica, que incluye: los contenidos desarrollados, los objetivos propuestos, la metodología y los medios empleados.
- El clima de trabajo.

### Evaluación del aprendizaje del alumno:

El objeto de evaluación es el proceso de aprendizaje del alumno y no la persona del alumno.

El punto de partida del proceso de enseñanza debe ser conocer los saberes, los procedimientos y las actitudes con los que los estudiantes abordarán el aprendizaje de una unidad. Para lograr esta *evaluación diagnóstica* el docente deberá diseñar los instrumentos adecuados ya que no es lo mismo investigar conocimientos previos que investigar actitudes.

La *evaluación formativa* consiste en valorar a lo largo del proceso diferentes aspectos del aprendizaje, como son:

- Actitud adecuada y hábito de trabajo suficiente.
- Facilidad para crear o escoger estrategias convenientes.
- Capacidad de abstracción para crear objetos matemáticos a partir de la experiencia observada.
- Capacidad de descubrir y formular relaciones.
- Aparición de errores.

De las diferentes instancias los docentes obtienen información referida al proceso que los estudiantes van realizando respecto a los objetivos del curso y los estudiantes reciben información respecto a sus logros alcanzados, fortalezas y debilidades. Dado que esta información es imprescindible a los efectos de reorientar y realizar los ajustes necesarios en la planificación del trabajo y detectar dificultades, es necesario que se mantenga una frecuencia y que se utilicen instrumentos y técnicas variados.

La *evaluación sumativa* se realizará al finalizar el proceso de aprendizaje de la unidad sobre la que se pretende evaluar. Sin embargo a los efectos de mantener informados a los alumnos de lo que son sus logros, resulta aconsejable, que las evaluaciones sean periódicas.

En estas instancias, se tratará de ver el grado de concreción de los objetivos programados que partiendo de la información obtenida en la evaluación diagnóstica tenga en cuenta todo el proceso realizado por los estudiantes.

Se reconoce la importancia que el mismo alumno almacene en una carpeta todas sus producciones: trabajos domiciliarios, tareas individuales, tareas grupales, evaluaciones diagnósticas, evaluaciones en general y cualquier otra producción que a lo largo del curso le ha sido encomendada. Esta carpeta le permitirá a cada alumno registrar, evaluar y mejorar su trabajo. Cada carpeta será la colección de trabajos realizados que permitirá captar la historia personal del desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje, que se constituirá en un instrumento de invalorable importancia a la hora de la evaluación final del curso.

### Evaluación del diseño de la unidad:

Es conveniente evaluar el diseño de la unidad didáctica analizando y registrando:

- Si los contenidos se han tratado con la profundidad adecuada.
- Si los objetivos han resultado adecuados.
- Si la metodología ha sido la conveniente.
- Si los medios empleados han sido idóneos o inconvenientes.

### Evaluación del programa:

Esta propuesta curricular pretende ser un proyecto “vivo” en el sentido de que podrá y deberá cambiar y adaptarse a las propuestas, recomendaciones y críticas recibidas de docentes, alumnos y demás integrantes de la comunidad educativa. A los efectos de ser considerados en el correr del presente año, se solicita enviar estos aportes a la *Comisión Permanente de estudio de la problemática de la Enseñanza de la Matemática del C.E.T.P.* – ([Commatutu@hotmail.com](mailto:Commatutu@hotmail.com)) - Programa de Educación en Procesos Industriales.

### Bibliografía:

La propuesta actual apunta a un cambio metodológico respecto a la forma en que el profesor asiste al alumno en su proceso de aprendizaje. Los contenidos matemáticos a tratar no son nuevos, lo nuevo es la forma en que dichos contenidos deben ser tratados. Entendemos imprescindible tratar dichos contenidos relacionándolos con la orientación tecnológica elegida, y desde la realidad del alumno. Es en este sentido que un respaldo bibliográfico adecuado resulta indispensable para el profesor y el alumno. Creemos que la Institución deberá inevitablemente invertir recursos materiales en esta dirección en un futuro inmediato.

De la bibliografía existente, destacamos:

- Cálculo, conceptos y contextos. James Stewart. International Thomson Editores.
- Bachillerato Matemáticas. Tomos: 1, 2 y 3. J. Colera Jiménez, M. De Guzmán Ozamiz. Editorial Anaya.
- Introducción a la Programación Lineal. Ejercicios resueltos. Profs. A. Coló, H. Patrìtti. UTU.
- Aplicaciones de la Derivada. Profs. A. Coló, H. Patrìtti. UTU.
- Precálculo. Raymond A. Barnett. Editorial Limusa
- Cálculo con geometría analítica. Earl W. Swokosky.
- Cálculo infinitesimal. M. Spivak.